



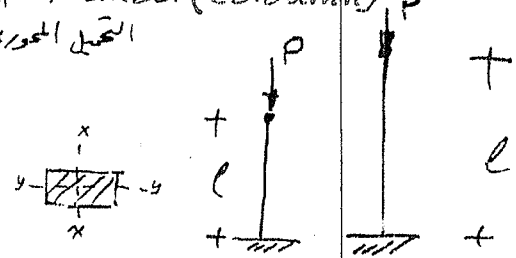
د. علي العذاري  
 $\frac{1}{1.4} \dots \frac{1}{1.4}$

مقاومة المواد

(29)

المصفى الثاني / صيني

Axially loaded Member (column)  
 التحميل المحوري للعمود

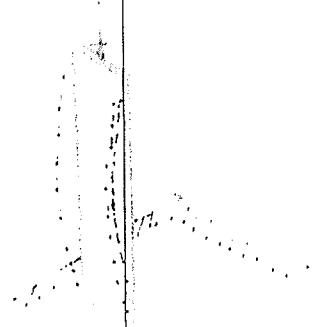
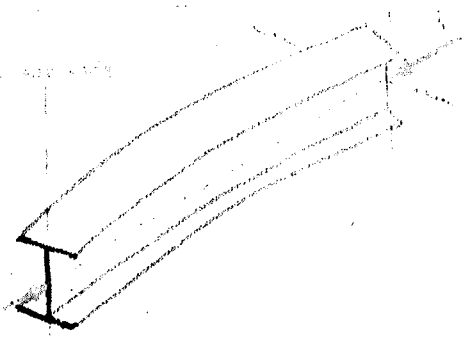


Types of Column: → 1) short column 2) long column

نسبة النعانة  
 slenderness ratio =  $\frac{\text{effective length}}{\text{Least radius of gyration}}$

$$\lambda = \frac{le}{r_y}$$

failure  $\left\{ \begin{array}{l} \text{short column (compression failure)} = \sigma_c \\ \text{long column (Buckling or Bending failure)} = \sigma_c \end{array} \right.$



References:

- 1) Structure, theory and analysis by Williams & Todd, USA 2000
- 2) Theory of elastic stability by Timoshenko & Gere, USA 1961
- 3) The stability of frames by Merchant & Horne, England 1965
- 4) strength of Material, by G. K. HIRASKAR, khanna publishers, Delhi, India

المرحلة: الثانية

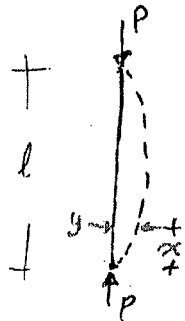
السنة الدراسية: 2017-2018

اسم التدريسي: أ.م.د. علي العذاري



الكلية الإسلامية الجامعة  
قسم هندسة تقنيات البناء والانشاءات  
المادة: مقاومة مواد

Euler's Formula for long column: (30)  
(Buckling Load)



$$M_x = EI \frac{d^2y}{dx^2} = -Py$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{Py}{EI} = 0$$

solving the differential equation for P gives:

the least Buckling load

$$P_E = \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

for the stress at Buckling  $\sigma_c$ :

$$P_E = \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

$$\sigma_c = \frac{P}{A} \rightarrow P = \sigma_c A$$

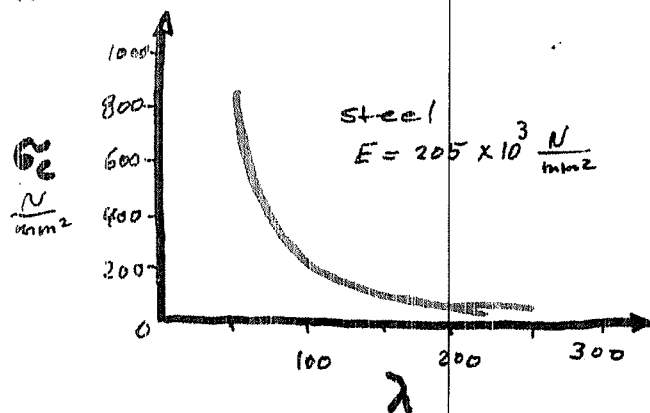
$$\sigma_c A = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \rightarrow \text{use radius of gyration:}$$

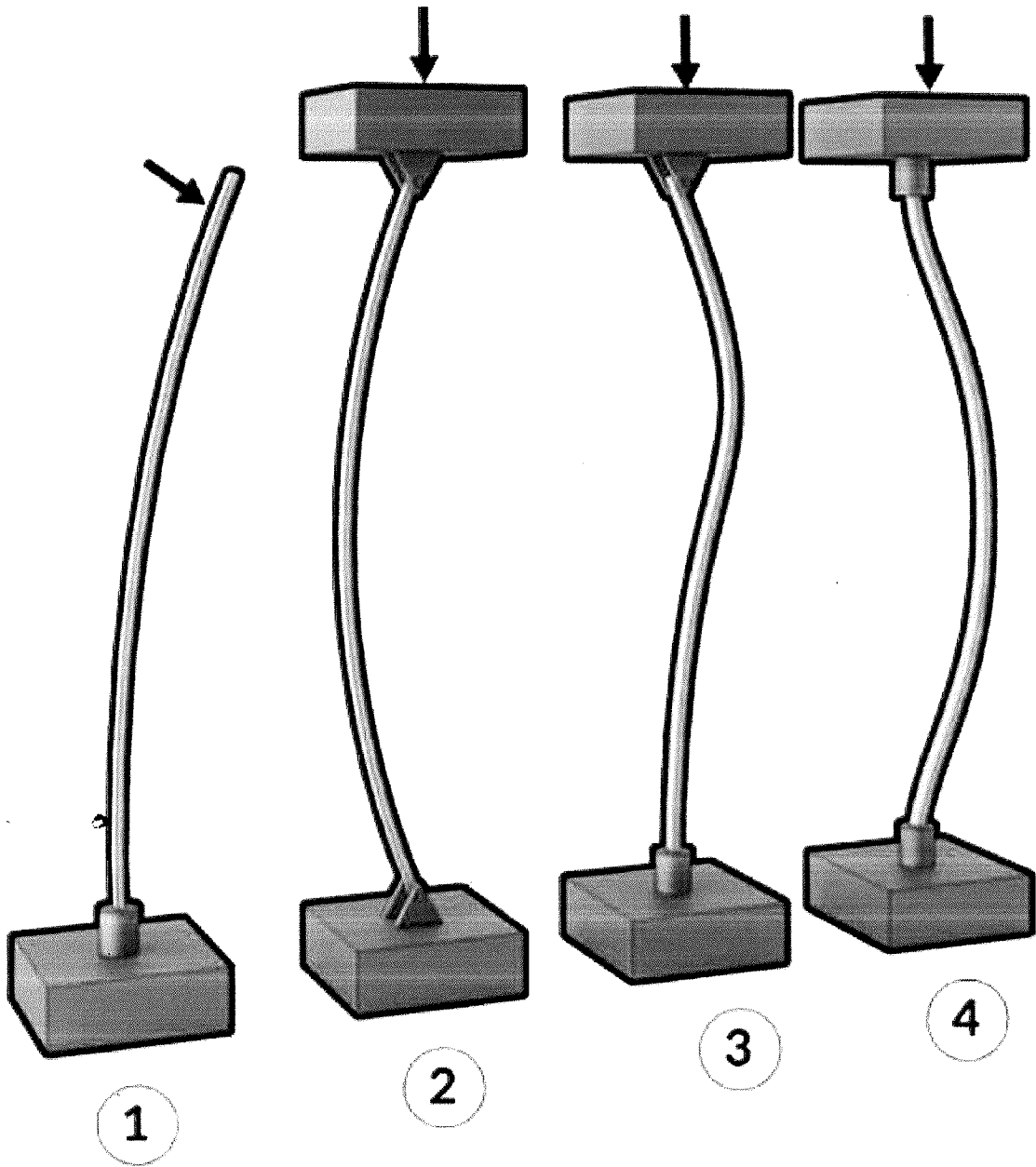
$$r^2 = \frac{I}{A}$$

$$\sigma_c = \frac{\pi^2 E}{l^2} \cdot r^2 \rightarrow \text{use Slenderness ratio:}$$

$$\lambda = \frac{l}{r}$$

$$\sigma_c = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$





المرحلة: الثانية

السنة الدراسية: 2017-2018

اسم التدريسي: أ.م.د علي العذاري



الكلية الإسلامية الجامعة  
قسم هندسة تقنيات البناء والإنشاءات  
المادة: مقاومة مواد

-4-

Example 1:

A steel W254x89 Column shown with

$$A = 11400 \text{ mm}^2$$

$$I = 48.49 \times 10^6 \text{ mm}^4, E = 205 \times 10^3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Calculate the greatest length of Column that can be used without buckling.

Solution:

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{1600 \times 10^3}{11400} = 140.4 \text{ MPa}$$

$$\sigma_c = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad \lambda = \frac{l_e}{r_y}$$

$$\text{slenderness ratio } \lambda = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_c}} = \pi \sqrt{\frac{205 \times 10^3}{140.4}} = 120$$

$$r_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{48.49 \times 10^6}{11400}} = 65.2 \text{ mm}$$

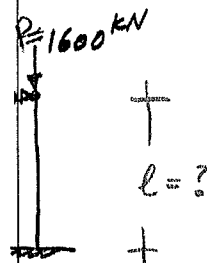
for fixed-pinned member  $l_e = 0.7l$ , the slenderness ratio can be written as

$$\lambda = \frac{l_e}{r_y} = \frac{0.7l}{65.2}$$

$$120 = \frac{0.7l}{65.2}$$

$$l = 11177 \text{ mm}$$

$$l = 11.18 \text{ m}$$



(32)

المرحلة: الثانية

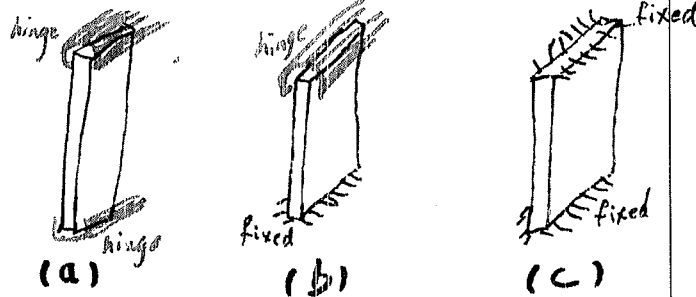
السنة الدراسية: 2017-2018

اسم التدريسي: أ.م.د علي العذاري



الكلية الإسلامية الجامعة  
قسم هندسة تقنيات البناء والانشاءات  
المادة: مقاومة مواد

- 6 -



34

Solution

a)  $P_{c1} = \frac{\pi^2 EI_x}{L^2} = 70.16 \text{ kN}$

$P_{c2} = \frac{\pi^2 EI_y}{L^2} = 31.192 \text{ kN}$

$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{31.192}{40 \times 60} = 13 \text{ MPa}$

$r = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{32 \times 10^4}{40 \times 60}} = 11.54$

$\lambda = \frac{L_e}{r_y} = \frac{2 \times 4500}{11.54} = 779$

b)  $P_{cx} = 143 \text{ kN} \rightarrow \left[ \frac{2.04 \pi^2 EI_x}{L^2} = 2.04 \times 70.16 = 143 \right]$

$P_{cy} = 63 \rightarrow \left[ \frac{2.04 \pi^2 EI_y}{L^2} = 2.04 \times 31.192 = 63 \right]$

$\sigma = 26.25 \rightarrow \frac{63}{40 \times 60} = 26.25 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

$r = 11.54$

$\lambda = \frac{0.7 \times 4500}{11.54} = 272$

c)  $P_{cx} = 280 \text{ kN}$

$P_{cy} = 124 \text{ kN}$

$\sigma = 52$

$r = 11.54$

$\lambda = \frac{0.5 \times 4500}{11.54} = 195$

من المصالح السابقة  
 $I_x = 72 \times 10^4 \text{ mm}^4$   
 $I_y = 32 \times 10^4 \text{ mm}^4$

المرحلة: الثانية

السنة الدراسية: 2017-2018

اسم التدريسي: أ.م.د علي العذاري



الكلية الإسلامية الجامعة  
قسم هندسة تقنيات البناء والانشاءات  
المادة: مقاومة مواد

$\frac{0.14}{14/22} - 0.17/\sqrt{2}$   
ع.م.د علي العذاري

Axially loaded Member

36 متاوب الخوار  
الصن الثاني

Q<sub>1</sub> - A 180 cm length of ISWB150 standard I-Beam is to be as a pin-ended column. Calculate the critical value of the load

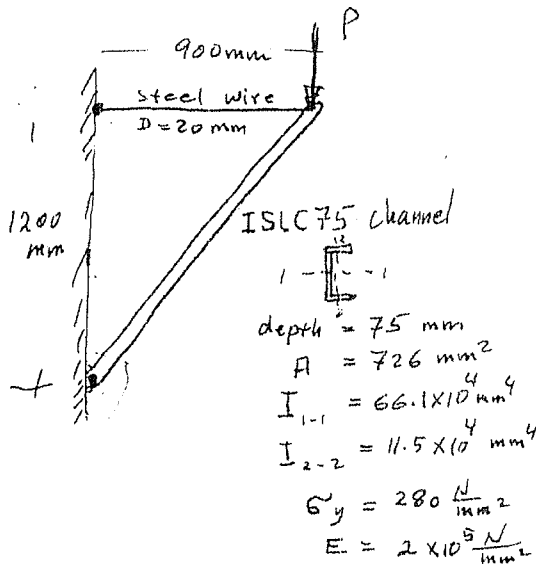
(Ans: P<sub>cr</sub> = 576 kN)

Q<sub>2</sub> - An ISWB 550 steel Beam is to be used as a column 13.5 m long with the lower end built-in and the upper end pinned. Calculate the max compressive load that the column can carry.

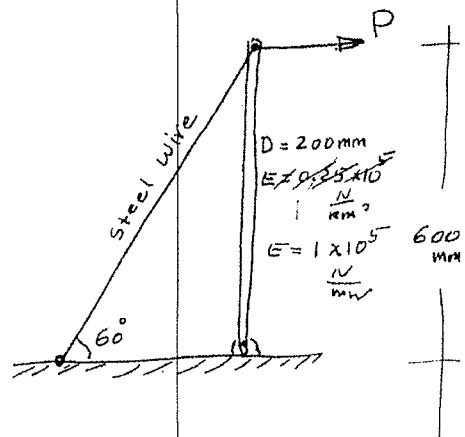
(Ans: 825 kN)

Q<sub>4</sub> - Find the largest value of the vertical load P that the structure can support?

Q<sub>4</sub>. Find the maximum value of the horizontal force P that can be applied at the top of the pole without causing collapse?



الجواب (Ans: P<sub>max</sub> = 80.63 kN)



(Ans: P = 124 kN) الجواب